

Comunicación

Reconocimiento a las Academias Nacionales

Buenos Aires. Noviembre de 2014

El jueves 23 de octubre a las 18:30 h, tuvo lugar en la Asociación Médica Argentina, Av. Santa Fe 1171, la XXI Ceremonia de entrega del Magnus, Reconocimiento de la Sociedad Argentina a los Referentes del Cambio realizada a través del programa "Argentina, Sociedad Anónima", que conduce el Dr. Alejandro Tancredi. En esta oportunidad estuvo destinado a las 22 Academias Nacionales, las cuales dejaron su testimonio en la "Bitácora para el Tricentenario" que habrá de quedar depositada en el Museo del Bicentenario de la Provincia de Santiago del Estero, para su apertura el 25 de mayo de 2010.

Durante el transcurso de la ceremonia hicieron uso de la palabra las autoridades de las Academias y quienes les entregaron la escultura. Las palabras de apertura las pronunció el Dr. Hugo Dragonetti, Presidente de Panedile Argentina S. A., empresa patrocinadora de ambas actividades.

Comunicación

George B. Dantzig, la programación lineal y el sector agrario

Ing. Agr. Rodolfo G. Frank

El centenario del nacimiento de George Bernard Dantzig es una buena oportunidad para recordar su principal contribución, la programación lineal, a las actividades agropecuarias. Su influencia ha

sido notable en muchos aspectos, muy superior a la que el propio Dantzig se imaginó en vida. "El tremendo poder del método simplex es una constante sorpresa para mí" escribió cuando prácticamente se había retirado de su vida activa (Dantzig & Thapa 1997).

George B. Dantzig

George B. Dantzig nació el 8 de noviembre de 1914 en Portland (Oregón, Estados Unidos). Su padre, Tobías Dantzig (1884-1956), nacido en Letonia (en ese entonces, parte de Rusia) tuvo que huir a París por distribuir volantes anti zaristas. Allí estudió matemáticas con el destacado matemático Henri Poincaré (1854-1912) en la Sorbona. También en Francia se casó y el matrimonio emigró a Oregón en 1910. Al principio desempeñó trabajos muy modestos como el de leñador, obrero en la construcción de caminos y pintor de brocha gorda, hasta lograr un cargo docente en la Universidad de Indiana, donde se doctoró en 1917. Posteriormente enseñó en la Johns Hopkins University y en la Universidad de Maryland. Fue autor de varios libros, entre ellos *Number: the language of science* que tuvo muy buena aceptación e incluso fue traducido a varios idiomas. Su influencia sobre su hijo George fue importante: cuando en la secundaria tuvo problemas con la geometría le dio numerosos problemas a resolver, lo que ayudó a su capacidad analítica.

George Dantzig se graduó como Bachelor of Arts en matemáticas y física en la Universidad de Maryland en 1936 y después de casarse pasó a la Universidad de Michigan, donde obtuvo su master en matemáticas en 1938. Con él logró un cargo de estadístico junior en el *Bureau of Labor Statistics* en Washington. Si bien en sus estudios de posgrado sólo había tomado un curso de estadística y no tenía un conocimiento muy amplio de la misma, al familiarizarse con los trabajos de Jerzy Neyman (1894-1981) fue tomando interés en ella y le escribió cuando éste pasó a Berkeley para consultarle si podía hacer un doctorado bajo su dirección. Neyman aceptó y le consiguió una ayudantía. Con ello, se mudó a Berkeley en 1939.

De esa época data una famosa anécdota que ilustra la capacidad de Dantzig. Un día llegó tarde a la clase de Neyman. En el pizarrón, éste

había escrito dos problemas de estadística. Dantzig tomó nota de los mismos en su cuaderno, pensando que era el *homework* dado por el profesor para la semana. Su resolución le costó pues “parecían un poco más difíciles que de costumbre” como expresó en una entrevista años después (Horner, 1999), por lo que recién pudo entregar los problemas resueltos unos días después del plazo establecido, disculpándose ante Neyman por la tardanza. Este le dijo que los deje sobre la montaña de papeles que tenía sobre su escritorio. “Temí que mis deberes se perdieran allí para siempre” (Albers & Constance 1986). Pero no fue así. Unas semanas después, un domingo temprano por la mañana, Neyman golpeaba la puerta de su casa. “Acabo de escribir una introducción a uno de sus trabajos. Léala para que pueda enviarla para su publicación” le dijo. Dantzig no comprendió lo que quería Neyman, hasta que éste le aclaró que los presuntos “deberes” que había escrito en el pizarrón no eran tales, sino unos importantes problemas estadísticos no resueltos. El trabajo se publicó poco tiempo después (Dantzig 1940).

Dantzig completó sus cursos de doctorado en Berkeley y su tesis (que versó sobre los famosos problemas irresueltos), pero no la defendió. Había estallado la Segunda Guerra Mundial y Dantzig se sintió obligado a colaborar con el esfuerzo bélico de su país. Lo hizo como civil en una oficina de Control Estadístico de Análisis de Combates de la Fuerza Aérea. Concluida la guerra, en la primavera de 1946 regresó a Berkeley para completar y defender su tesis. Ahí le ofrecieron un cargo, que Dantzig no aceptó por considerar exigua la remuneración.

De regreso al Pentágono, logró un cargo de asesor matemático de la Fuerza Aérea. Su misión fue mecanizar los procesos de planificación y acelerar los cálculos en materia de entrenamiento y logística. A mediados de 1947 la Fuerza Aérea estableció el Proyecto *Scientific Computation of Optimal Programs* (SCOOP), un grupo de trabajo cuyo director matemático fue Dantzig. Allí se vio enfrentado a problemas de planificación y su optimización frente a recursos escasos. Es así como en el verano de 1947 logró su contribución más importante: el planteo de un objetivo mediante la cuantificación de una función objetivo y el desarrollo del método simplex para solucionar los problemas de programación lineal. Sobre esto se volverá en detalle más adelante.

Dantzig permaneció frente al Proyecto SCOOP hasta junio de 1952, cuando pasó a la RAND Corporation, un *think tank* como se lo

llamaría hoy, donde a la sazón había destacados matemáticos como Oskar Morgenstern (1902-1977) y también una vinculación directa con John von Neumann (1903-1957) el más destacado matemático de Estados Unidos en esa época. En la RAND siguió trabajando principalmente en temas referidos a la programación lineal, publicando numerosos trabajos. Por otra parte, impulsó, con William Orchard-Hays (1918-1989) como programador, programas para las computadoras que en esa época aún funcionaban con válvulas electrónicas (Orchard-Hays 1990). En 1960 pasó al Operations Research Center de la Universidad de California, Berkeley, como profesor. Allí escribió su libro *Linear programming and extensions* (Dantzig 1963) que, si bien no fue el primero sobre programación lineal, fue por muchos años el libro de cabecera sobre la materia, que aún es consultado y citado en la actualidad. Tuvo varias ediciones y fue traducido al alemán y al japonés, pero no al castellano. En Berkeley dirigió 12 tesis de doctorado (Mathematics Genealogy Project, 2013).

En 1966 Dantzig dejó Berkeley para pasar a la Stanford University como profesor de investigación operativa y ciencias de la computación. Allí se jubiló en 1985 como profesor emérito, pero enseñó y mantuvo una activa agenda de investigaciones hasta el otoño de 1997. Durante su estancia en Stanford dirigió 40 tesis de doctorado, la última defendida en 1996 (Ibídem). Falleció en Stanford el 13 de mayo de 2005 a los 90 años de edad.

Durante su vida, Dantzig recibió numerosas distinciones. Entre ellos, fue miembro de la Academia Nacional de Ciencias y de la Academia Nacional de Ingeniería, recibió nueve doctorados honoris causa, la *National Medal of Science* entregada por el Presidente de los Estados Unidos, etc. En 1975 fueron galardonados con el Premio Nobel en Economía Kantorovich y Koopmans, pero no Dantzig. Fue un injusto olvido u omisión que causó consternación entre quienes conocían los antecedentes de Dantzig.

La programación lineal

Como muchas otras invenciones e innovaciones, también la programación lineal tuvo sus precursores, en especial en un caso

particular, el llamado problema del transporte, un caso de resolución sencilla. Es así como Gaspard Monge (1746-1818) publicó un trabajo donde se plantea una solución óptima en el movimiento de tierras (corte y relleno) (Monge 1781). En 1930 el matemático ruso A. N. Tolstoi encaró un problema de transporte ferroviario (Tolstoi 1930). Sin embargo, éstos (y algunos otros más) no llegaron a resolver problemas de programación lineal.

Si bien a Dantzig se lo ha llamado el padre de la programación lineal, los orígenes de ésta son anteriores. En 1939 una fábrica de madera terciada rusa planteó al joven matemático ruso Leonid V. Kantorovich (1912-1986), por ese entonces profesor de la Universidad de Leningrado, el problema de hallar el uso más eficiente de un grupo de máquinas que intervenían en la fabricación de la madera terciada. El problema no era sencillo pues había muchas combinaciones posibles de asignación de las máquinas. Kantorovich comprendió, además, que el caso planteado no era exclusivo de esa fábrica sino mucho más general; y que su solución era aplicable a muchas situaciones diferentes. Es así como se puso a trabajar en el tema logrando una solución del problema mediante un método que llamó multiplicadores de resolución (Kantorovich 1939).

Lamentablemente, el trabajo de Kantorovich permaneció ignorado en su país. Ello se debió principalmente a dos causas. En primer lugar, en la entonces Unión Soviética era mal visto, por razones ideológicas, el tratamiento cuantitativo en economía que iba desarrollándose en Occidente a través de la econometría y disciplinas similares: se consideraba una economía capitalista opuesta a la marxista. Kantorovich tuvo dificultades para difundir sus ideas, que prefirió por lo tanto dejar para más adelante. En segundo lugar, la Segunda Guerra Mundial comenzó para la Unión Soviética en junio de 1941, avanzando rápidamente el ejército alemán hacia Leningrado (la actual San Petersburgo) a la que pusieron sitio que duró 29 meses (1941-44) provocando grandes penurias a su población; otras eran las prioridades y los problemas. Ignorado en su país y totalmente desconocido en el resto del mundo, Kantorovich fue el Mendel de la programación lineal.

En Occidente también se planteaban problemas similares. Hitchcock (1941) propuso un método de resolución del problema del transporte. También durante la guerra Tjalling Koopmans (1910-1985) se

ocupó de problemas de transporte aplicado a los convoyes de navíos que desde Estados Unidos aprovisionaban las naciones aliadas en Europa. Por razones militares, sus trabajos no trascendieron hasta bastantes años después. En 1945, George Stigler (1911-1991) trató el problema de la dieta (o ración) de mínimo costo, pero resolviéndolo sólo mediante pruebas de ensayo y error "porque no parece haber algún método directo para hallar el mínimo de una función lineal sujeta a condiciones lineales" (Stigler 1945). Todo un desafío para que los matemáticos traten de hallar un método que permita resolver este tipo de problemas.

Esta es la situación cuando George Dantzig, frente al Proyecto SCOOP, encara el problema hacia fines de 1946. Dantzig había quedado impresionado por el modelo de insumo-producto desarrollado por Wassily Leontief (1905-1999) publicado a principios de la década de 1940, inspirado a su vez por el *Tableau économique* de Quesnay (1694-1774). Pero el modelo de insumo-producto es estático y no de optimización. El problema era poder escoger las más convenientes entre las alternativas de acción posibles, teniendo en cuenta las limitaciones existentes. Ello implicaba 1) cuantificar el objetivo de forma tal que permita optimizarlo, o sea hallar un mínimo o un máximo según sea el caso, 2) permitir que en la solución puedan entrar todas o sólo una parte de las alternativas posibles, 3) permitir que los recursos disponibles puedan o no agotarse al asignarlos a las alternativas, 4) formular lo anterior en un modelo matemático y sobre todo 5) hallar una forma de solucionar el problema.

Planteado así el problema, dice Dantzig "... supuse que los economistas trabajaron sobre este problema dado que se trataba de un importante caso particular del problema central de la economía, la asignación óptima de los recursos. Visité a T. C. Koopmans en junio de 1947 ... para aprender lo que podía de los economistas matemáticos. Durante la Segunda Guerra Mundial había trabajado para el *Allied Shipping Board* en modelos de transporte y así conocía lo básico tanto en lo teórico como en lo práctico para apreciar lo que yo estaba presentando. Comprendió inmediatamente las implicaciones para el planeamiento económico general." Pero Koopmans no pudo ofrecerle una solución. "Viendo que los economistas no tenían un método de solución, decidí probar suerte buscando un algoritmo" (Dantzig & Thapa 1997). En el verano de 1947 Dantzig formuló un modelo matemático en el cual las alternativas son las incógnitas, las limitaciones son un sistema de

inecuaciones (o sea desigualdades) y el objetivo, llamado función objetivo, una función lineal que se debía optimizar. Para este modelo halló una solución consistente en un algoritmo que mediante iteraciones sucesivas se va acercando al óptimo hasta alcanzarlo. El algoritmo fue llamado simplex por basarse matemáticamente en un poliedro así denominado en matemáticas, y no por ser sencillo (al contrario, es bastante complejo).

Desarrollado el método, decidió consultar a von Neumann si podía hacer sugerencias para perfeccionarlo. La entrevista se realizó el 3 de octubre. Cuando von Neumann comprendió lo que Dantzig le describió, le dio una clase de una hora y media sobre teoría de los juegos y el concepto de dualidad, concepto este último que Dantzig oía por primera vez. Von Neumann prometió estudiar el método y contactar a Dantzig en unas semanas. Lo hizo, proponiendo un método iterativo no lineal. Un tiempo después se comprobó que el método simplex era superior (Ibídem 36).

Poco después, en el otoño de ese año, se hizo la primera prueba práctica en "gran escala" (para aquella época) del nuevo método. Dantzig pensó primero en usar un modelo de dieta desarrollado por Jerry Cornfield en el Pentágono para determinar una ración de bajo costo que cubra las necesidades nutritivas de un soldado, pero no se pudieron hallar los datos empleados. Por consejo de una nutricionista recurrió al trabajo de Stigler, cuyo modelo tenía 9 restricciones y 77 variables, en este caso alimentos (Dantzig 1990). Con la colaboración de Jack Laderman del *Mathematical Tables Project* del *National Bureau of Standards* y nueve calculistas realizó un ensayo del método. Los cálculos se realizaron con calculadoras de escritorio a falta de una computadora y requirieron 120 días hombre para solucionarlo. El resultado, o sea el costo mínimo de la ración, fue un 0,6 % inferior al hallado por Stigler mediante ensayo y error, una notable aproximación al óptimo por parte de éste.

Con estos antecedentes, Dantzig estaba en condiciones de dar a conocer su método. Llamativamente, no publicó su trabajo en un *journal* sino que lo presentó en reuniones científicas. La primera vez en una reunión conjunta de la American Statistical Association y el Institute of Mathematical Statistics (IMS) realizada el 29 de diciembre de 1947 en Nueva York, titulado su trabajo *Mathematical techniques of program*

planning (Dwyer 1948), donde aparentemente no despertó mayor interés. Este trabajo no se publicó. Una nueva presentación del método fue efectuada en la reunión conjunta del IMS y la Econometric Society en Madison (Wisconsin) el 9 de septiembre del año siguiente titulada "*Programming in a linear structure*" (Dantzig 1949). Después de exponer su trabajo, el conocido matemático Harold Hotelling (1895-1973) objetó "Pero todos sabemos que el mundo no es lineal". Antes de que Dantzig pudiera responder, pidió la palabra John von Neumann que respondió: "El expositor tituló su exposición 'programación lineal' y estableció cuidadosamente sus axiomas. Si Ud. tiene un problema que satisface los axiomas, pues bien, úsela. Si no, no la use." (Dantzig & Thapa 1997). Terminante.

De ahí en adelante comenzó la difusión de la programación lineal. Al principio no se vislumbró su gran potencial. El mismo Dantzig admite que "se necesitó aproximadamente un año hasta que mis colegas del Pentágono y yo comprendimos cuán poderoso era realmente el método." (Ibídem 26). Probablemente ello se comprobó al aplicarlo a la logística del "Puente Aéreo" que establecieron los países occidentales para abastecer a los dos millones de habitantes de Berlín Occidental durante el bloqueo soviético (24/6/1948-1/5/1949). Dantzig nunca fue muy explícito sobre esto, probablemente porque por su naturaleza militar debía guardar cierta reserva, pero en un trabajo publicado en colaboración con Marshall K. Wood presentó un modelo "hipotético" de puente aéreo que minimiza los costos de los aviones requeridos, las tripulaciones y la necesidad de entrenar nuevas tripulaciones; y cuyas restricciones son la carga a transportar por trimestre, la disponibilidad inicial de aviones y de tripulaciones (Wood et al. 1949).

Este y otros antecedentes llevaron a realizar un simposio sobre programación lineal en Chicago en junio de 1949 (conocido como "Simposio Cero") para poner en común todo lo conocido en la materia hasta la fecha. Los *proceedings* del mismo fueron publicados dos años después (Koopmans 1951). Presentaron trabajos en este simposio conocidos pioneros de la programación lineal, entre otros Kenneth J. Arrow, George B. Dantzig, Robert Dorfman, Clifford Hildreth, Tjalling C. Koopmans, Oskar Morgenstern, Paul A. Samuelson, Herbert Simon, Albert W. Tucker, Marshall K. Wood y otros. Entre los trabajos de Dantzig (presentó cinco, uno de ellos en colaboración) se halla por primera vez la

publicación del método simplex (Dantzig 1951).

En esos primeros años, si bien la programación lineal despertó mucho interés entre matemáticos y economistas, su aplicación práctica a problemas concretos fue reducida. Esto se debió a la complejidad del algoritmo, que requiere una gran cantidad de cálculos, excesiva para calculadoras de escritorio, como se vio con la resolución "manual" del problema de Stigler. Por ello, la difusión de la programación lineal dependió estrechamente de la disponibilidad de computadoras, que a fines de la década de 1940 era aún muy limitada, de alrededor de poco más de una decena en todo el mundo. En 1950 se instaló la computadora SEAC en el *National Bureau of Standards* (NBS), en parte financiada por el Pentágono, en la cual se pudieron hacer los primeros cálculos de matrices de programación lineal cuando Dantzig aún integraba el Proyecto SCOOP (Gass 2002). No se lograron mayores detalles sobre el programa usado, debido a dos técnicos del NBS Mike Montalbano e Ira Cortland Diehm (Dantzig 1978), que fueron muy modestos en sus prestaciones (Orchard-Hays 1984). Recién en 1953 Orchard-Hays escribió el primer programa comercial de programación lineal.

La década de 1950 puede considerarse la época de oro de la programación lineal, pues se lograron importantes avances científicos, perfeccionamientos, difusión y aplicaciones. Por lo pronto, había despertado tanto interés, que Dantzig tuvo que dictar el primer curso sobre programación lineal en 1950 en el *Department of Agriculture Graduate School* de Washington. Luego de que Dantzig se alejara del del SCOOP, el curso estuvo a cargo de George O'Brien hasta 1954 y de Saul Gass (1926-2013) desde ese año (Gass 1990). El primer curso regular de programación lineal en una institución universitaria fue ofrecido a partir de 1953 en el Case Institute of Technology (hoy Case Western Reserve University) (Cottle et al. 2007). En esa década también se publicaron los primeros libros sobre programación lineal: *An introduction to linear programming* de A. Charnes, W. W. Cooper y A. Henderson (Charnes et al. 1953) y *Linear programming: methods and applications* (Gass 1958), basado en sus notas para el curso que dictó en Washington y del que se publicaron cinco ediciones. Otra obra que tuvo gran influencia en el ámbito de la economía de la empresa en esos primeros años fue la de Dorfman (1951) *Application of linear programming to the theory of the firm*.

La programación lineal fue evolucionando en varios aspectos: en la modelización, en el perfeccionamiento del método simplex, en diversas ampliaciones y en nuevos métodos de cómputo. A medida que las computadoras se iban desarrollando tanto en velocidad de cálculo como en capacidad de memoria, fue posible procesar matrices más complejas: por una parte, modelos mejor adaptados a problemas particulares y más refinados en su formulación; por otra parte, modelando aspectos que a primera vista parecían limitantes como la linealidad, aproximando funciones no lineales mediante segmentos de recta (Charnes & Lemke 1954).

El método simplex, tal como lo formulara originalmente Dantzig, se fue perfeccionando con el tiempo, sin abandonar la forma de encarar la solución del modelo de programación lineal. En cuanto se escribieron los primeros programas de programación lineal se desarrolló lo que hoy se conoce como el método simplex revisado mejor adaptado a las computadoras (Dantzig & Orchard-Hays 1954), en el sentido de ahorrar espacio de memoria, muy escaso en esas máquinas iniciales. Con el tiempo, se agregaron otros perfeccionamientos en cuyo detalle no es posible entrar en esta breve reseña.

La programación lineal también fue ampliada en varios aspectos, en el sentido de abarcar problemas que originariamente estaban fuera de su alcance. Es lo que Dantzig llamó extensiones. La primera se refirió a la crítica que Hotelling le hizo a Dantzig "el mundo no es lineal", crítica que en el fondo es válida pues la programación lineal descansa sobre el supuesto de la linealidad. En 1950 Harold W. Kuhn (1925-2014) y Albert W. Tucker (1905-1995) presentaron su teorema o condiciones de Kuhn-Tucker (posteriormente Karush-Kuhn-Tucker) sobre programación no lineal (Kuhn & Tucker 1961). Pero tuvieron que pasar algunos años hasta contar con algoritmos de programación no lineal, generalmente referidos a aspectos particulares de la misma como la programación cuadrática (Frank & Wolfe 1956).

Otro supuesto de la programación lineal es la divisibilidad, esto implica que las actividades o variables que se hallan en la solución, pueden tomar cualquier valor, ya sea entero o fraccionario. Esta es una limitación importante en ciertos casos. Para superarla se desarrolló la denominada "programación entera" que permite que algunas o todas las variables de la solución sean números enteros. Para ello, después de

hallar una solución corriente, se utilizan algoritmos adicionales que proporcionan soluciones enteras. El primero de ellos fue el método del plano cortante de Gomory (1958), al que pronto le siguió el método de ramificación y acotamiento de Land y Doig (1960), el más utilizado actualmente en los programas, junto con otros desarrollados posteriormente.

Si bien al principio programación lineal y método simplex eran prácticamente sinónimos, con el tiempo se fue separando lo que era un problema de programación lineal, del método empleado para solucionarlo. Teóricamente, el método simplex no es el más eficiente por ser lo que en matemática se denomina de complejidad exponencial. Por ello, los matemáticos fueron buscando otros métodos, de complejidad polinomial, más eficientes en el cómputo. Es así como Leonid Khachiyan (1952-2005) presentó su método del elipsoide para resolver problemas de programación lineal (Khachiyan 1980). Sin embargo, no resultó eficiente en las pruebas prácticas. Narendra Karmarkar (1984) publicó su método del punto interior. Este método demostró ser eficiente, especialmente en matrices muy grandes, pero no desplazó al método simplex que en la práctica demostró ser muy eficiente, siendo el más utilizado hasta hoy en los programas.

La programación lineal en el sector agrario

Desde su comienzo, la programación lineal estuvo vinculada a las actividades agropecuarias. Como se viera, la primera prueba del método simplex aplicado a un caso real fue la resolución del problema de la dieta ("el cálculo de raciones balanceadas", como se conoció en la bibliografía) de Stigler. Dantzig quedó muy impresionado por este caso, al punto de intentar el cálculo de una ración para sí mismo cuando su médico le recomendó bajar de peso a comienzos de la década de 1950. Relata en una forma muy amena sus intentos hasta que su señora decidió aplicar su propia dieta (Dantzig 1990), con éxito pues rebajó algunos kilos. En su libro *Linear programming and extensions* dedica todo un capítulo al problema de Stigler.

Si bien estos antecedentes se refieren a la ración necesaria para un hombre, su principal aplicación comercial fue el cálculo de raciones

balanceadas para los animales. El primer trabajo sobre este tema se debe a Frederick V. Waugh referente al cálculo de raciones balanceadas para vacas lecheras (Waugh 1951). Como aclara el autor, la finalidad del trabajo es testear el nuevo método de la programación lineal para hallar la combinación de mínimo costo de alimentos que satisfagan los requerimientos nutritivos establecidos, aclarando que no es un experto en nutrición. Ejemplifica el caso en primer lugar mostrando su solución gráfica y luego matemáticamente. Este trabajo mereció la distinción de *Best Journal Article* de 1951. Dos años después, Fisher y Schruben (1953) retomaron el problema de Waugh ampliándolo, pero resolviéndolo con calculadoras de mesa. A eso señala Swanson que la computadora Illiac de la Universidad de Illinois ha resuelto modelos de raciones balanceadas de 17 restricciones y 20 alimentos en algo menos de 10 minutos (Swanson 1955). A medida que se fueron difundiendo las computadoras y los programas de programación lineal, la industria fue adoptando esta técnica. El autor recuerda que en la década de 1960 una conocida firma fabricante de alimentos balanceados publicitaba en Argentina sus productos como "balanceados calculados con computadora".

La otra aplicación más importante de la programación lineal en la actividad agropecuaria fue el planeamiento de la empresa. Ya en el famoso "Simposio Cero" se presentó un trabajo sobre elección de rotaciones (Hildreth & Reiter 1951). El trabajo consistía principalmente en una explicación conceptual de la programación lineal, sin incluir un ejemplo cuantitativo o un caso concreto. Pero pronto se fueron publicando trabajos sobre este aspecto. Richard King (1953) expuso sobre la aplicación del "*activity analysis*" (uno de los nombres bajo el cual se conoció la programación lineal en sus principios) en economía agraria. Después de una breve introducción explicativa del método, ejemplifica su aplicación en una granja de pollos parrilleros (determinación de la edad óptima de venta de los pollos) y en la determinación de la rotación de cultivos más adecuada de una explotación agropecuaria. Al año siguiente, en la reunión anual de los economistas agrarios de Estados Unidos, el conocido economista agrario Earl O. Heady (1916-1987) presentó un trabajo donde explica, para no matemáticos, la programación lineal ilustrándola con un muy sencillo ejemplo de planificación de una explotación de Iowa (Heady 1954). Concluye que, si el problema es de 'gran escala', es conveniente usar la programación lineal como un

ahorrador de tiempo y si es de 'pequeña escala' emplear el clásico método de la presupuestación.

De lo que antecede se desprende que la programación lineal se difundió bastante rápido entre los economistas agrarios. Si se tiene presente que el primer curso sobre la materia fue dictado por Dantzig en 1950 y los *proceedings* del "Simposio Cero" con la primera descripción del método simplex recién se publicaron en 1951, dos años después de realizado el simposio, se deben tomar esas fechas como comienzo de la difusión del método. Si se agrega a ello que estos trabajos no eran precisamente de divulgación sino *papers* científicos escritos por matemáticos en lenguaje matemático hay que reconocer y valorar los trabajos pioneros de Waugh, Fisher, Schruben, Swanson, King, Heady y otros que supieron aplicar esta nueva técnica (aún en estado de teoría) a la realidad práctica agraria.

Hasta mediados de la década de 1950, en Estados Unidos la programación lineal se usó exclusivamente en investigación y extensión, como se desprende de la afirmación de McCorkle (1955) en la reunión anual de los economistas agrarios "El uso de la programación lineal en administración rural debería aplicarse más allá de la investigación y extensión en cuanto emerjan procedimientos de computación más simples" pues "no es inconcebible que en el futuro alguna forma de programación lineal se empleará por quienes tienen a cargo la gerencia de operaciones comerciales de gran escala en el sector agrario". En 1958 Heady y Candler publicaron su libro *Linear programming methods* referido principalmente al sector agropecuario (Heady & Candler 1958). En 1960, una encuesta realizada en 47 departamentos de economía agraria de *land grant colleges* de Estados Unidos reveló que en el 87 % la programación lineal se usaba en investigación, en el 30 % en extensión, en el 26 % en cursos específicos de programación lineal y en el 66 % como parte de otros cursos (Eisgruber & Reisch 1961). Asimismo, los autores destacan que, de acuerdo a la encuesta, la programación lineal se usa principalmente en administración rural. Si bien no especifican en qué aspectos, cabe suponer que se refieren a planeamiento de la explotación. Swanson (1961) señaló que aún el uso de la programación lineal en la planificación de empresas agrarias era escaso, limitado a pocas firmas grandes, mientras que, para ese entonces, su uso en la formulación de raciones balanceadas ya se había

difundido.

Desde luego, la formulación de raciones para el ganado y el planeamiento de la empresa no han sido las únicas aplicaciones de la programación lineal en el sector agropecuario. Sólo para ejemplificar otras aplicaciones se puede mencionar la selección del equipo de maquinaria, la evaluación de inversiones, la mezcla de fertilizantes y de granos, la selección de una cartera de inversiones, la planificación del riego, el trozado de reses, la asignación de operarios a puestos de trabajo, el momento óptimo de corte de un monte forestal, etc. (Frank 2010).

En Argentina, el primer trabajo sobre programación lineal referido a la planificación de una empresa agropecuaria fue publicado por Kohout (1963). La finalidad era dar a conocer la programación lineal y ejemplificar su aplicación al caso de una empresa agropecuaria tipo del partido de Tandil, detallando paso a paso el método simplex. Concluye Kohout que el uso de la programación lineal "en la selección de la óptima combinación de actividades-restricciones, puede considerarse como un agregado más a las técnicas de análisis, no resuelve todos los problemas de la misma, no es una panacea, no reemplaza el juicio del empresario, pero sí ayuda a emitirlo; es un elemento más en el análisis y el logro del desarrollo lucrativo de la empresa." Al año siguiente este mismo autor junto con César Cainelli publican en *Idia*, la revista del INTA, una detallada descripción de la programación lineal aplicada a la empresa agraria, acompañada de una amplia bibliografía (Kohout & Cainelli 1964). Señalan los autores que la programación lineal "... no se ha difundido mucho en el país, en especial como consecuencia de una literatura esencialmente matemática, no muy claramente entendible por técnicos cuyo fin principal es la aplicación del método con prescindencia de sus fundamentos matemáticos." Como ejemplo práctico se muestran datos y resultados de una explotación ubicada en la región maicera argentina.

Según Rossi (1971), hacia fines de la década de 1960 "se han desarrollado algunos modelos de programación lineal; ... algunas matrices incluyen hasta 130 actividades" en empresas agropecuarias. Sin embargo, aparte de la escasez de técnicos entrenados en el uso de la programación lineal, una limitante sería era la disponibilidad de computadoras. Las primeras cinco se importaron en Argentina en 1960 destinadas principalmente a empresas públicas y privadas, y al año

siguiente el Instituto de Cálculo de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UBA instaló su primera computadora científica. Era una Mercury de la empresa británica Ferranti que funcionó hasta 1970 (Jacovkis 2013). Contaba con programas de programación lineal e incluso en octubre de 1961 vino el Dr. Dietrich G. Prinz (1903-1989) de Ferranti, un experto en la materia, para asesorar al personal del Instituto, dictar un seminario (FCEyN 1961) y poner a punto los programas Simpack E y Simmer F de su autoría (García Camarrero 2007). Si bien se resolvieron con ellos modelos de programación lineal, de acuerdo a la información que se pudo consultar ninguno tuvo relación con la actividad agraria.

Mientras tanto prosiguió la importación de computadoras. Ya en 1962 se estimaba que en el país había unas 40, en 1968 unas 200, incluyendo las que se estaban instalando (Babini 1997), la mayoría IBM. En 1976 se estimaba la existencia de unas 500 (Jacovkis 2013), de las cuales probablemente una parte eran tabuladoras no aptas para cálculos científicos. Pero otra parte era la nueva serie /360 de IBM lanzada en 1964 que contaba con el programa MPS de programación lineal, muy difundido en su época y ampliado en 1971 con el MPSX que incluía programación entera. Sin embargo, el acceso a una computadora no siempre era sencillo, lo que llevó al desarrollo de métodos alternativos de planeamiento de empresas agrarias derivados de la programación lineal. El principal fue la planificación programada o *programme planning* (que no se debe confundir con uno de los nombres primitivos de la programación lineal) desarrollado en Europa, que se podía resolver fácilmente con calculadoras manuales. Recién cuando la *personal computer* (PC) comenzó a difundirse durante la década de 1980 y puso la computación al alcance de oficinas y hogares; y con ello la programación lineal, la planificación programada fue cayendo en desuso.

En 1981 la Cátedra de Administración Rural de la Facultad de Agronomía de la Univ. de Buenos Aires dictó un curso para graduados sobre programación lineal en el ámbito agropecuario, el primero en Argentina, que se repitió en años siguientes. Diez años después, ya difundidas las PC, la enseñanza de la programación lineal se incorporó a los cursos de grado: los alumnos de Administración Rural debían formular y resolver un modelo de la explotación bajo estudio.

Actualmente, en nuestro país, es probable que el mayor usuario de la programación lineal en el campo agropecuario sea la industria

elaboradora de alimentos balanceados para animales. Si bien no hay datos cuantitativos, en una consulta efectuada por el autor entre expertos en nutrición animal y personas vinculadas a esa industria, la opinión unánime fue que se usan programas específicos para formular las raciones. "Hoy en día es impensable trabajar en nutrición sin programas de costo mínimo" fue la categórica afirmación de uno de ellos (R. Guarrochena, comunicación personal, 23 de septiembre de 2013). Por lo general en estos casos no intervienen profesionales especializados en programación lineal, sino que se trabaja con programas que no requieren su conocimiento pero que incluyen su algoritmo para resolver el problema. Hay programas desarrollados en nuestro país adaptados a las condiciones locales (M. Gingins, comunicación personal, 17 de septiembre de 2013).

En cuanto al planeamiento de la empresa, lamentablemente se desconoce la incidencia cuantitativa de la programación lineal. Dado que por lo general requiere un modelo hecho a la medida de cada empresa y por consiguiente un profesional especializado en la materia, su difusión se ve limitada a empresas que pueden afrontar este costo. Su uso en los servicios de extensión parece ser más bien limitado, no así en la investigación donde el empleo de la programación lineal se ha difundido mucho.

Bibliografía

- Albers, D., Constance R., 1986. An interview with George B. Dantzig: the father of linear programming. *The college mathematics journal* 17-4, 293-314.
- Babini, N., 1997. La llegada de la computadora a Argentina. *Llull* 20, 465-490.
- Charnes, A., Cooper W. W., Henderson A., 1953. An introduction to linear programming. N. York, J. Wiley & Sons, 74 pp.
- Charnes, A., Lemke C. E., 1954. Minimization of non-linear separable convex functionals. *Naval Research Logistics Quarterly* 1-4, 301-312.
- Cottle, R., Johnson, E., Wets, R., 2007. George B. Dantzig (1914–2005). *Notices of the AMS*, 54-3, 344-362.
- Dantzig, G. B. 1940. On the non-existence of tests of "Student's" hypothesis having power functions independent of σ . *The Annals of Mathematical Statistics*, 11-2, 186-192.
- Dantzig, G. B., 1949. Programming of interdependent activities: II mathematical model. *Econometrica, Journal of the Econometric Society*, 17, 3-4, 200-211.

- Dantzig, G. B., 1951. Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities. En: Koopmans, T. C. Activity analysis of production and allocation. New York, J. Wiley, 404 pp.
- Dantzig, G. B., 1963. Linear programming and extensions. Princeton, Princeton University Press, 621 pp.
- Dantzig, G. B., 1978. Remarks on the occasion of the Bicentennial Conference on Mathematical Programming, the early role of the NBS. En: Computers and mathematical programming. Proceedings of the Bicentennial Conference on Mathematical Programming. Gaitherburg, Ntl. Bureau of Standards, NBS Special Publ. 502, pp.
- Dantzig, G. B., 1990. The diet problem. Interfaces 20-4, 43-47.
- Dantzig, G. B., Orchard-Hays, W., 1954. The product form for the inverse in the simplex method. Mathematical Tables and Other Aids to Computation, 64-67.
- Dantzig, G. B., Thapa, M. N., 1997. Linear programming 1: introduction. New York, Springer, (pp. 25, 26, 27, 28, 32, 36, 37)
- Dorfman, R., 1951. Application of linear programming to the theory of the firm. Berkeley, University of California Press.
- Dwyer, P. S., 1948. Report on the New York Meeting of the Institute. The Annals of Mathematical Statistics 19-1, 133-136.
- Eisgruber, L. M., Reisch, E. 1961. A note on the application of linear programming by agricultural economics departments of land grant colleges. Journal of Farm Economics 43-2, 303-307.
- Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Memoria 1961 (inédito), (pp. 47)
- Fisher, W. D., Schruben L.W., 1953. Linear programming applied to feed-mixing under different price conditions. Journal of Farm Economics 35-4, 471-483.
- Frank, M., Wolfe P., 1956. An algorithm for quadratic programming. Naval Research Logistics Quarterly 3, 1-2, 95-110.
- Frank, R. G., 2010. La optimización de la empresa agraria con programación lineal. Buenos Aires, Ed. Fac. de Agronomía, 446 pp.
- García Camarero, E., 2007. Algunos recuerdos sobre los orígenes del cálculo automático en Argentina, y sus antecedentes en España e Italia. Rev. Brasileira de História da Matemática 7-13, 109-130.
- Gass, S. I., 1958. Linear programming: methods and applications. New York, McGraw-Hill, 223 pp.
- Gass, S. 1990. Model world: in the beginning there was linear programming. Interfaces 20-4, 128-132.
- Gass, S. I., 2002. The first linear-programming shoppe. Operations Research 50-1, 61-68.
- Gomory, R. E., 1958. Essentials of an algorithm for integer solutions to linear programs. Bull. Amer. Mathematical Soc. 64, 5, 275-278.
- Heady, E. O., 1954. Simplified presentation and logical aspects of linear programming technique. Journal of Farm Economics 36-5, 1035-1048.
- Heady, E. O., Candler W., 1958. Linear programming methods. Ames, The Iowa State College Press, 597 pp.
- Hildreth, C., Reiter, S., 1951. On the choice of a crop rotation plan. En: Koopmans, T.C. (Ed.). Activity analysis of production and allocation, 177-188.

- Hitchcock, F. L., 1941. The distribution of a product from several sources to numerous localities. *Journal of Mathematics and Physics* 20, 224-230.
- Horner, Peter. Operations research loses a pillar of the profession. Recuperado de https://www2.informs.org/History/dantzig/in_interview.htm (acceso 22/7/2013).
- Jacovkis, P. M., 2013. De Clementina al siglo XXI. Buenos Aires, Eudeba, 135 pp.
- Kantorovich, L. V., 1939. Métodos matemáticos de organización y planeamiento de la producción, Leningrado.
- Karmarkar, N. A., 1984. new polynomial time algorithm for linear programming. *Combinatorica* 4, 375-395.
- Khachiyan, L. G., 1980. Polynomial algorithms in linear programming. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 20-1, 53-72.
- King, R. A., 1953. Some applications of activity analysis in agricultural economics. *Journal of Farm Economics* 35-5, 823-833.
- Kohout, J. C., 1963. La selección de la óptima combinación de actividades de la empresa agropecuaria. *Rev. de la Univ. Arg. de la Empresa* 1-1, 53-66.
- Kohout, J. C., Cainelli C., 1964. Principios básicos de la programación lineal y su aplicación en agricultura. *IDIA*, 195, 19-55.
- Koopmans, T. C., 1951. Activity analysis of production and allocation. New York, J. Wiley, 404 pp.
- Kuhn, H. W., Tucker A.W., 1961. Nonlinear programming. En: Neyman, J. (Ed.). *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*. Berkeley, University of California Press, 481-492.
- Land, A. H., Doig, A.G., 1960. An automatic method for solving discrete programming problems. *Econometrica* 28, 497-520.
- Mathematics Genealogy Project. Recuperado de <http://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/id.php?id=32292&fChrono=1> (acceso 7/8/2013).
- McCorkle, C. O., 1955. Linear programming as a tool in farm management analysis. *Journal of Farm Economics* 37-5, 1222-1235.
- Monge, G., 1781. Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais. *Historire de l'Academie Royale des Sciences de Paris, avec les Mémoires de Mathématique et de Physique pour le même année*, 666-704.
- Orchard-Hays, W. 1984. History of mathematical programming systems. *Annals of the History of Computing* 6-3, 296-312.
- Orchard-Hays, W, 1990 History of the development of LP solvers. *Interfaces* 20-4, 61-73.
- Rossi, M. A., 1971. El rol de la administración rural en el desarrollo agropecuario argentino. *Idia Inform De Invest Agr*.
- Stigler, G. J., 1945. The cost of subsistence. *Journal of Farm Economics* 27-2, 303-314.
- Swanson, E. R., 1955. Solving minimum-cost feed mix problems. *Journal of Farm Economics* 37-1, 135-139.
- Swanson, E. R., 1961. Programmed solutions to practical farm problems. *Journal of Farm Economics* 43-2, 386-392.
- Tolstói, A. N., 2002. Metody nakhozhdeniya naimen'shego summovogo kilometrazha pri planirovanii perevozok v prostrantsve. Citado y comentado

- en Schrijver, Alexander. On the history of the transportation and maximum flow problems. *Mathematical Programming* 91-3, 437-445.
- Waugh, F. V., 1951. The minimum-cost dairy feed (an application of "Linear programming"). *Journal of Farm Economics* 33-3, 299-310.
 - Wood, M. K., Dantzig. G.B., 1949. Programming of interdependent activities: I General Discussion. *Econometrica* 17, 3-4,193-199.